

Proposta de um modelo matemático para programação e roteamento de navios aliviadores no escoamento da produção de petróleo na Costa Brasileira

Edwin Benito Mitacc Meza¹, Dalessandro Soares Vianna¹, Edinson Luis Romero Vasquez¹, Máximo Concepción Mitacc Meza²

emitacc@id.uff.br, dalessandro@vm.uff.br, edinsonromero14@gmail.com, mmitacc@correo.ulima.edu.pe

¹MESC, Instituto de Ciência e Tecnologia – Universidade Federal Fluminense – Brasil

²Ingeniería Industrial – Universidad de Lima – Perú

Resumen: A extração de petróleo no litoral brasileiro tem-se tornado um processo complexo e que tem envolvido muitos estudos matemáticos para ser cada vez mais eficiente, principalmente diante de um cenário de crise no setor. Assim, as empresas operadoras, que tiveram suas economias afetadas, têm focado seus esforços na produção dos seus poços já perfurados ao invés de direcionar seus investimentos para perfurar novos poços. Assim, houve um aumento na produção de petróleo em alto-mar, principalmente em plataformas de produção denominadas FPSO/FSO, o que tem intensificado a utilização de navios aliviadores para o escoamento da produção destas plataformas. Este artigo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma proposta de um modelo matemático para auxiliar na elaboração dos roteiros dos navios aliviadores, disponíveis nas operações de escoamento da produção de petróleo, com a intenção de otimizar custos nestas atividades. Alguns cenários são simulados, com a intenção de validar o modelo proposto. Alguns resultados preliminares são apresentados, de forma a mensurar o nível de eficiência do modelo para situações que podem ser observadas na realidade.

Palabras clave: Modelagem Matemática, Programação Linear, Logística, Petróleo & Gás.

Abstract: The extraction of oil at the Brazilian coast has become a complex process, which has involved many mathematical studies to be increasingly efficient, especially facing a crisis scenario in the sector. Thus, the operating companies, which had their economies affected by that crisis, have focused their efforts on the production of the oil wells already drilled instead of directing their investments to drill new wells. In this context, there is an increase in the offshore oil production, mainly in production platforms that are denominated FPSO / FSO, which has intensified the use of shuttle tankers for transporting the production of these platforms. This article aims to present a mathematical model to assist in the planning of routes of shuttle tankers available in the transport operations of oil production, with the intention to optimize costs in these activities. Some scenarios are simulated with the objective of validating the model. Some preliminary results are presented in order to measure the efficiency level of the proposed model when it is applied to situations that can be observed in reality.

Keywords: Mathematical Modeling, Linear Programming, Logistics, Oil & Gas.

1 Introdução

Nos últimos anos, a indústria brasileira *offshore* de petróleo e gás tem apresentado um crescimento considerável em relação à produção de petróleo, apesar da atual crise devido a uma conjuntura de problemas envolvendo diminuição do preço do barril de petróleo, corrupção política, etc. O principal motivo deve-se à presença de reservas de petróleo na costa brasileira, localizadas em águas com profundidade além de 2000 metros de lâmina d'água, conhecida como área do pré-sal.

Neste contexto, para acompanhar o aumento de produção de petróleo tem-se desenvolvido nos últimos anos tecnologias capazes de produzir a grandes profundidades. Desta forma, o desafio tecnológico para a indústria do petróleo *offshore* encontra-se principalmente do lado do desenvolvimento de sistemas de produção que sejam adequados à valorização de jazidas localizadas em águas profundas e ultra profundas.

Porém, o grande gargalo tecnológico consiste em instalar sistemas de extração, condicionamento e transporte de petróleo (logística *offshore*) que sejam confiáveis e tenham custos competitivos. Ao mesmo tempo, tem-se tornado estratégico manter bem gerenciados o transporte da produção de petróleo da unidade de produção até os

terminais para evitar desperdício e interrupções na produção.

Assim, uma vez que as reservas brasileiras de petróleo em águas profundas localizam-se em regiões remotas (áreas do pré-sal), isto tem induzido a indústria do petróleo a investir em plataformas flutuantes como o sistema FPSO (*Floating, Production, Storage & Offloading*), navios com a capacidade de exploração, produção e armazenamento do óleo. Além disso, se intensificou a utilização de navios aliviadores (*Shuttler Tanker*) como a principal fonte de escoamento da produção, já que a utilização de dutos seria economicamente inviável. A transferência de óleo de um navio a outro se dá através da operação de *offloading*, sendo cada vez mais frequente em águas profundas por ser uma operação viável, do ponto de vista econômico.

Para atender o aumento da produção nas áreas do pré-sal, a Petrobras está renovando a frota por meio do Programa de Modernização e Expansão da Frota da Transpetro (Promef) e engloba a encomenda de 49 navios e 20 comboios hidroviários, com investimento de R\$ 11,2 bilhões, no período de 2007 a 2020, o que permite acrescentar 4 milhões de toneladas de porte bruto à capacidade da frota [Petrobras15].

Neste contexto, a programação da frota de navios aliviadores nas operações de escoamento da produção desde as unidades produtoras até os terminais em terra, tem que ser analisada perfeitamente para não ocorrer gargalos.

Assim, é importante que no processo da programação dos navios aliviadores seja levada consideração as conexões entre os FPSO's e os navios aliviadores, os quais devem ser compatíveis, para a realização das operações de escoamento da produção. Além disso, tem que ser levados em conta as janelas de atendimento dos FPSO's para a realização do processo de escoamento. Portanto, levar em conta estas particularidades é importante para a construção de uma ferramenta que vise a otimização da operação de escoamento da produção que é de vital importância para a continuidade de toda a cadeia produtiva da indústria do petróleo e gás.

Este trabalho tem como objetivo a construção de um modelo matemático para definir as rotas dos navios aliviadores para atender um conjunto de plataformas, de forma a otimizar o tempo de percurso e a distância percorrida, bem como garantir o escoamento da produção atendendo às restrições operacionais do setor.

Este problema pode ser caracterizado como um problema clássico de Roteirização de Veículos (PRV), que consiste em determinar um conjunto de rotas com o menor custo possível, iniciando e terminando sempre no mesmo terminal marítimo, de modo que todas as demandas em cada uma das FPSO's (nós) sejam atendidas [Bodin+81].

2 Trabalhos correlatos

Em toda a cadeia produtiva de petróleo, pode-se notar a forte importância da logística como apoio nas operações *offshore*. Do ponto de vista estratégico, a gestão eficiente dos processos logísticos pode se apresentar como vantagem competitiva, sendo a fonte desta vantagem a diferenciação da organização aos olhos dos clientes e a redução dos custos de operação.

Dentre as diversas tomadas de decisão no âmbito logístico, a indústria do petróleo no Brasil encontra-se com um dilema a ser solucionado no processo de escoamento da produção, que é em decidir qual o melhor percurso que os navios tanques devem fazer das plataformas produtoras até os terminais marítimos e destes terminais para algumas refinarias que não são alimentadas por óleos transportados via modal dutoviária, de modo a minimizar custos e tempo, bem como, do ponto de vista do cliente, cumprir com as necessidades e demandas dos centros consumidores.

Embora seja de grande relevância o estudo da logística *offshore*, têm-se encontrado poucos trabalhos realizados sobre escoamento de petróleo na literatura, dos quais se pode destacar os trabalhos realizados por [Ono07], [Muract+10], [Pucu11] e [Macedo+14].

Em [Ono07] foi desenvolvido uma simulação do escoamento da produção de petróleo no Brasil, desde as unidades de produção para os terminais marítimos e destes até as refinarias. Esta simulação serviu, dentre outras informações, para o entendimento de como e

quanto seria a quantidade a ser escoado desde os elementos de origem aos destinos. Conhecido o problema bem como os diferentes planejamentos estratégicos para o escoamento do óleo, os gargalos do processo e os respectivos valores de demandas nos terminais e consequentemente nas refinarias, o autor partiu para o modelo matemático da programação do escoamento de forma que a simulação e o modelo se comunicassem, ou seja, o resultado da simulação fornecesse dados para o modelo de otimização. Assim, o modelo matemático, no nível tático procurava atender de forma otimizada os requisitos dos resultados da simulação, entendidas como sendo de nível estratégico. Porém, o autor considera a produção nacional de petróleo de forma homogênea, ou seja, o óleo ter qualidade parecida mesmo sendo de unidades produtoras diferentes.

Já em [Muract+10] foi desenvolvido uma solução para o problema denominado de *Scheduling* de escoamento de petróleo bruto de plataformas marítimas. O problema consistiu em encontrar uma sequência de plataformas e refinarias, ou seja, encontrar um caminho que garanta minimizar a distância percorrida, e ao mesmo tempo assegurar que esta sequência cumpre com as restrições de plataformas marítimas e também dos clientes que são a refinarias. Os autores criaram um conjunto de caminhos que deveriam ser atendidos e dentro desses caminhos todas as possíveis sequências de rotas, e posteriormente, com auxílio de um algoritmo encontrar um conjunto de caminhos que forneça a menor distância para que desta forma pudesse reduzir o universo de soluções. Porém essa programação pode trazer algumas limitações em sua aplicação, já que a coleta fracionada de óleo nas plataformas pode não ser possível operacionalmente.

Por outro lado [Pucu11] desenvolveu um modelo matemático que objetivava a distribuição de petróleo produzido em plataformas *offshore*, baseado em parâmetros relativos à produção de petróleo nas plataformas, à capacidade de processamento das refinarias e, às características da frota. A programação dos navios e a escolha das rotas foram baseadas no custo mínimo de transporte, identificando-se os navios, associados ao transporte dos diferentes tipos de óleo, classificados em função da sua densidade API, o qual irá determinar se podem, ou não, ser misturados a outros óleos. O autor fez uso da técnica de programação linear inteira mista (PLIM), para reduzir os custos decorrentes do sistema do transporte de petróleo bruto com o objetivo de identificar o melhor conjunto de rotas associada a cada navio, de tal forma que venha minimizar o custo do transporte. Porém, o autor não levou em consideração as diferentes estratégias que podem ser adotadas para a operação *offloading*.

Por fim, em [Macedo+14] é proposto um modelo matemático visando definir uma rota de atendimento as plataformas, sem comprometer a operação das mesmas, pois a indústria petrolífera é de produção contínua, ou seja, se a programação do roteamento for feita de forma inadequada, todo o sistema de produção das unidades será comprometido, caso chegue à sua capacidade máxima, o chamado "top", trará grandes consequências, como a parada da planta e obviamente, prejuízos elevados para a

empresa. Os autores não consideram algumas características inerentes ao problema como os tipos de conexões dos FPSO's e dos navios aliviadores que podem comprometer os resultados obtidos.

3 Descrição do problema

Na atualidade, as reservas de petróleo no Brasil em campo *offshore* estão cada vez mais distantes da costa e lidar com esse ambiente tem sido desafiador. Nesse cenário, o maior desafio é a LDA (lâmina d'água) cada vez mais profunda. Para que a exploração neste ambiente aconteça, outros tipos de plataformas tiveram de ser projetadas.

Assim, surgiram as plataformas flutuantes, que são estruturas complacentes instaladas através de um sistema de ancoragem. Existem vários tipos de unidades flutuantes (Semi-Submersível, Spar, TLP e FPSO) que diferem pelo fato de produzir e armazenar petróleo, apenas produzir ou apenas armazenar (ver Figura 1).

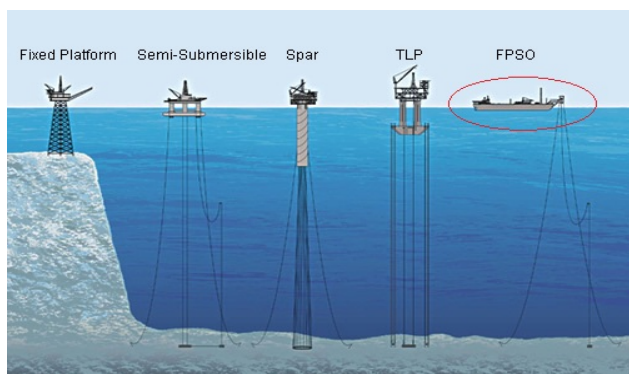


Figura 1: Tipos de Plataformas considerando a LDA.

Dentre estas, as FPSO's são unidades estacionárias flutuantes (*Floating*) que produzem (*Production*) e armazenam petróleo (*Storage*) e efetuam o escoamento (*Offloading*). Existem também plataformas semelhantes a esta, as FSO's que são unidades estacionárias flutuantes (*Floating*) que armazenam petróleo (*Storage*) e efetuam o escoamento (*Offloading*). Esse tipo de plataforma não tem capacidade de processamento de petróleo como as FPSO's, mas são muito usadas no armazenamento de óleo daquelas que apenas produzem.

Um outro desafio está na logística, como a distância das unidades produtoras da costa brasileira é cada vez maior, o tempo também é maior para que a demanda por materiais, equipamentos, ferramentas e pessoas cheguem até as plataformas. Assim, para amenizar estas dificuldades, estratégias logísticas precisaram ser desenvolvidas.

Neste contexto tem-se intensificado o uso de navios aliviadores para fazer o escoamento da produção destas plataformas flutuantes. Porém, antes do escoamento propriamente dito, ocorre a operação de *offloading*, que é um processo de grande risco, tanto operacional quanto ambiental, em caso de derramamento de óleo. Este processo de transferência do óleo é feito por longo período, de 20 a 36 horas de operação, através de bombas de cargas submersas no interior de cada tanque da plataforma.

Já no ambiente empresarial, se por um lado baixos níveis de estoque podem levar a perdas de economias de escala e altos custos de falta de produtos, por outro lado, o excesso de estoques representa custos operacionais e custos de oportunidade do capital. Encontrar o melhor *trade-off* entre estes custos não é em geral uma tarefa simples.

Além disso, cabe ressaltar que funcionar com níveis altos de estoque podem comprometer o sistema de produção, podendo ocorrer um "top", estado em que a plataforma chega à sua capacidade máxima de estoque e é preciso parar a produção, podendo gerar um grande prejuízo.

Comparando as plataformas que apenas produzem e exportam com aquelas que produzem e armazenam, é fácil notar que as primeiras são mais enxutas. Isso porque o que ela produz em pouco tempo, questão de horas, já foi escoado pelas tubulações chegando bem mais rápido aos terminais marítimos e destes às refinarias com pouco estoque ao longo da cadeia. O que não acontece com as plataformas FPSO/FSO, onde o óleo fica armazenado por semanas e para chegar aos terminais, fica armazenado por mais tempo ainda. O valor do petróleo armazenado é bastante elevado, com isso o custo de oportunidade também é elevado.

Assim, o ideal seria a plataforma funcionar com menor nível de estoque de produção, evitando assim os custos de oportunidades. Portanto, o escoamento com mais frequência amenizaria este tipo de custo. Para isso, o roteamento periódico pode contribuir para este fim.

Em suma, para a construção de um modelo matemático, que auxilie no roteamento de navios aliviadores visando o escoamento da produção de plataformas FPSO/FSO, deve-se levar em conta as seguintes características:

- Os tipos de navios aliviadores disponíveis para o transporte de petróleo. Foram identificados 3 tipos: Panamax, Aframax e Suezmax. Assim, devem ser levados em consideração a capacidade e o custo de fretamento de cada navio.
- A localização exata dos pontos de visita dos navios aliviadores, neste caso das plataformas tipo FPSO e/ou FSO. Para isto, existe uma ferramenta computacional desenvolvido pela Petrobras, o GIS-SUB que é um software de localização geográfica que permite identificar a localização de cada unidade de produção.
- A localização exata dos terminais onde poderão atracar os navios aliviadores. É importante levar em consideração as características dos pier's de cada terminal. Os pier's tem diferentes calados (profundidades) e comprimentos, conseqüentemente há a necessidade de programar exatamente onde direcionar os navios aliviadores para evitar filas nos pier's.
- Os prazos máximos previstos para o escoamento da produção das plataformas, de forma a não comprometer a operação das mesmas. Evitando que o sistema de produção das unidades seja comprometido, ou seja, chegue à sua capacidade máxima, o chamado "top", que poderá trazer grandes conseqüências como a parada da planta.

- Deve-se evitar que o navio chegue antes da data programada de forma que o volume de óleo escoado não seja menor que o programado, chamado de “praça morta”. Assim, é política da empresa forçar o navio a ficar parado esperando a data programada.
- As multas a serem pagas, caso não seja possível fazer o atendimento às plataformas dentro dos prazos estabelecidos.
- Os tempos de cada atividade no processo de escoamento da produção das plataformas, como por exemplo o tempo de amarração, o tempo de conexão e teste dos mangotes (espécie de mangueira que liga a plataforma ao navio) e o tempo de transferência do óleo ou *offloading*.
- Os tipos de conexão para a operação *offloading*, para cada FPSO/PSO e navio aliviador;

Fatores externos em que o ser humano não tem controle, não devem ser considerados neste tipo de problemas. Estes fatores externos são, na grande maioria, condições desfavoráveis de mar ocasionados por fortes chuvas ou ventos que deixam o mar bastante agitado, comprometendo a estabilidade dos navios aliviadores durante a ancoragem.

4 Formulação e modelagem matemática do problema

A modelagem matemática para este problema de escoamento, visa minimizar custos de combustível, minimizar os custos com penalidades impostas aos navios aliviadores e minimizar também os custos com fretamentos dos navios aliviadores. Espera-se determinar a frota ótima de aliviadores bem como a possibilidade destes navios aliviadores fazerem mais de uma viagem entre o porto e as plataformas de produção.

Para este modelo matemático se convencionou um universo de 20 unidades marítimas de produção (FPSO's) e 10 navios aliviadores, com três diferentes tipos de conexões, atualmente em uso nas operações de escoamento da produção.

A produção de petróleo numa FPSO é contínua, portanto considerando a capacidade de produção diária é possível prever com certa antecedência, quando uma FPSO será candidata para o escoamento de sua produção. Caso não esteja disponível um navio aliviador, para fazer esta operação, a FPSO continua processando e produzindo até sua capacidade máxima, podendo ter como consequência a parada do FPSO, gerando grandes impactos econômicos para a empresa.

Sendo assim, a programação de roteamento dos navios aliviadores deve ser feita de forma cuidadosa e criteriosa, para evitar problemas de parada de produção. Também deve-se evitar multas pelo atraso na chegada do navio aliviador. Caso o navio aliviador chegue muito cedo, este ficará ocioso esperando o tempo certo para fazer a operação de transferência de petróleo proveniente da FPSO, o que também poderá gerar custos por multa.

Especial cuidado deve-se ter com as conexões entre os navios aliviadores e as FPSO's que estes vão atender, pois

devem ser compatíveis para que a operação possa ser realizada.

Assim, levando em consideração estas características, o problema abordado neste projeto pode ser representado por um grafo não direcionado $G(V, A)$, onde $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é o conjunto de todos os vértices ou nós e $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V\}$ é o conjunto de todas as arestas.

Os nós podem representar os portos ou as FPSO's. Cada FPSO pode apresentar diferentes demandas para serem coletadas e o porto é o ponto de partida dos navios aliviadores usados para coleta do produto nas FPSO's. A cada aresta está associada uma distância não negativa que representa a distância entre os vértices (porto/FPSOs).

Desta forma, o problema de roteamento consiste em determinar o conjunto de rotas que deverão ser feitas pelos navios aliviadores minimizando os custos de transporte. Cabe ressaltar que, a empresa atualmente não conta com uma ferramenta para o roteamento dos navios aliviadores, considerando aspectos como por exemplo consumo e janelas de tempo de atendimento.

Assim, para modelar matematicamente o problema deve-se definir os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

Parâmetros:

V = conjunto de todos os nós (porto/FPSO's)

C = subconjunto de V que representa somente os FPSOs $\{2, \dots, n\}$

P = subconjunto de V que representa o porto $\{1\}$

K = conjunto de navios disponíveis

Q = conjunto de viagens possíveis dos navios $\{1, 2, \dots, qmax\}$

$frete_k$ = custo do frete do navio k

cap_k = capacidade do navio k

vel_k = velocidade do navio k

$conp_k$ = consumo do navio k quando parado

$conn_k$ = consumo do navio k quando navegando

aut_k = autonomia em horas do navio tipo k

$tini_k$ = tempo inicial de disponibilidade do navio k

dem_i = demanda do FPSO i

ta_i = tempo de atendimento ao FPSO i – carregamento

tmp_k = tempo de atend. do navio no porto – descarregamento

e_i = instante inicial da janela de tempo do FPSO i

l_i = instante final da janela de tempo do FPSO i sem penalidade

q_i = inst. final da janela de tempo do FPSO i com penalidade

va_{ik} = matriz binária que informa se o FPSO i pode ser

atendido pelo navio k (conexões compatíveis)

d_{ij} = distância entre os nós

M = máximo de FPSO's por rota + porto

$TMAX$ = tempo máximo de disponibilidade dos navios

CC = Custo Combustível

CP = Custo Penalidade

Variáveis de decisão:

$x_{ijkv} = \begin{cases} 1 & \text{se aresta } (i, j) \text{ é usada pelo navio } k \text{ na viagem } v \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$u_{ikv} = \begin{cases} 1 & \text{se o FPSO } i \text{ é atendido pelo navio } k \text{ na viagem } v \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
 $y_{ijkv} = \text{fluxo na aresta } (i, j) \text{ conduzido pelo navio } k \text{ na viagem } v$
 $z_k = \begin{cases} 1 & \text{indica que esta sendo usado o navio } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
 $tt_{ikv} = \text{tempo até o FPSO } i \text{ pelo navio } k \text{ na viagem } v$
 $td_{ijk} = \text{tempo de deslocar o navio } k \text{ do FPSO } i \text{ para } j$
 $tp_{ijk} = \text{tempo parado do navio } k \text{ entre o FPSO } i \text{ e } j$
 $custo_{ijk} = \text{custo de deslocar o navio } k \text{ do FPSO } i \text{ para } j$
 $custoa_i = \text{custo com combustível no atendimento do FPSO } i$
 $pen_i = \text{penalidade por chegar no FPSO } i \text{ após o tempo } l_i$

Utilizando esta notação, o problema pode ser formulado como um modelo de programação inteira mista:

$$\begin{aligned}
 \text{MIN} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ v a_{ik}=1 \\ v a_{jk}=1 \\ i \neq j}} custo_{ijk} + \sum_{i \in V} \sum_{i \neq 1} custoa_i + \sum_{i \in V} pen_i \\
 & + \sum_{k \in K} z_k \times \text{frete}_k
 \end{aligned}$$

s.a.

$$\sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1 \\ i \neq j}} y_{ijkv} - \sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1 \\ i \neq j}} y_{jikv} = u_{jkv} \quad \forall j \in C, v a_{jk} = 1, \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R1)$$

$$y_{ijkv} \leq M x_{ijkv} \quad \forall i \in C, v a_{ik} = 1, \forall j \in C, v a_{jk} = 1, i \neq j, \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R2)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1 \\ i \neq j}} x_{ijkv} = u_{jkv} \quad \forall j \in C, v a_{jk} = 1, \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R3)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1 \\ i \neq j}} x_{jikv} = u_{jkv} \quad \forall j \in C, v a_{jk} = 1, \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R4)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1}} (dem_i \times u_{ikv}) \leq cap_k \quad \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R5)$$

$$\sum_{v \in Q} \sum_{\substack{k \in K \\ v a_{ik}=1}} u_{ikv} = 1 \quad \forall i \in C \quad (R6)$$

$$\sum_{\substack{k \in K \\ v a_{ik}=1}} \sum_{v \in Q} (conp_k \times CC \times ta_i \times u_{ikv}) \leq custoa_i \quad \forall i \in C \quad (R7)$$

$$\sum_{\substack{i \in C \\ v a_{ik}=1}} x_{1ikv} = \sum_{\substack{i \in C \\ v a_{ik}=1}} x_{i1kv} \quad \forall k \in K, \forall v \in Q \quad (R8)$$

$$\sum_{\substack{i \in C \\ v a_{ik}=1}} x_{1ikv} \leq \sum_{\substack{i \in C \\ v a_{ik}=1}} x_{i1k(v-1)} \quad \forall k \in K, \forall v \in Q, v > 1 \quad (R9)$$

$$td_{ijk} = \left(\frac{d_{ij}}{vel_k} \right) \sum_{v \in Q} x_{ijkv} \quad \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (R10)$$

$$tt_{jkv} \geq tt_{ikv} + ta_i + td_{ijk} - TMAX(1 - x_{ijkv}) \quad \forall i \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, \forall j \in C, v a_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (R11)$$

$$tt_{1k1} \geq tini_k \times z_k \quad \forall k \in K \quad (R12)$$

$$tt_{1kv} \geq tt_{ik(v-1)} + td_{i1k} + tmp_k - TMAX(1 - x_{i1k(v-1)}) \quad \forall i \in C, v a_{ik} = 1, \forall k \in K, \forall v \in Q, v > 1 \quad (R13)$$

$$tp_{ijk} \geq tt_{jkv} - tt_{ikv} - td_{ijk} - ta_i - TMAX(1 - x_{ijkv}) \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i, j \in V, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1, i \neq j \quad (R14)$$

$$custo_{ijk} \geq (conn_k * CC)td_{ijk} + (conp_k * CC)tp_{ijk} \quad \forall k \in K, \forall i, j \in V, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1, i \neq j \quad (R15)$$

$$tt_{ikv} \geq e_i - TMAX(1 - u_{ikv}) \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i \in C, v a_{ik} = 1 \quad (R16)$$

$$tt_{ikv} \leq q_i - TMAX(1 - u_{ikv}) \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i \in C, v a_{ik} = 1 \quad (R17)$$

$$pen_i \geq CP(tt_{ikv} - l_i) \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i \in C, v a_{ik} = 1 \quad (R18)$$

$$\sum_{v \in Q} \sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1}} u_{ikv} \leq M z_k \quad \forall k \in K \quad (R19)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ v a_{ik}=1}} x_{1ikv} \leq 1 \quad \forall v \in Q, \forall k \in K \quad (R20)$$

$$x_{ijkv} \in [0,1] \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1 \quad (R21)$$

$$u_{ikv} \in [0,1] \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i \in V, v a_{ik} = 1 \quad (R22)$$

$$z_k \in [0,1] \quad \forall k \in K \quad (R23)$$

$$y_{ijkv} \geq 0 \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1 \quad (R24)$$

$$tp_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1 \quad (R25)$$

$$td_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1 \quad (R26)$$

$$custo_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i, j \in V, i \neq j, v a_{ik} = 1, v a_{jk} = 1 \quad (R27)$$

$$tt_{ikv} \geq 0 \quad \forall v \in Q, \forall k \in K, \forall i \in V, v a_{ik} = 1 \quad (R28)$$

$$pen_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (R29)$$

$$custoa_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (R30)$$

A função objetivo procura minimizar os custos operacionais ocorridos durante o roteamento dos navios como: custos do combustível gasto durante o percurso, parado e também durante o atendimento da unidade, custo do frete e custo de penalidade, quando houver.

Na restrição (R1) a igualdade assegura que o fluxo na aresta (i,j) só poderá ocorrer se a aresta (i,j) foi usada por algum navio k, na viagem v, atendendo o FPSO j. A restrição (R2) garante que a rota inicia no porto e finaliza na última plataforma a ser atendida, voltando ao porto e não pode ser maior que o número máximo M.

As restrições (R3) e (R4) garantem que, deve haver exatamente uma aresta chegando no FPSO j vindo do navio k, caso j seja atendida por k na viagem v.

A restrição (R5) assegura que, a demanda coletada pelo navio k, deve ser compatível a sua capacidade. A restrição (R6) indica que uma plataforma i deverá ser atendida por um único navio k na viagem v. A restrição (R7) mostra o custo com combustível no atendimento do FPSO i pelo navio k na viagem v. A restrição (R8) assegura que se o navio sai do porto, então ele deve voltar ao porto. A equação (R9) assegura que um navio só deve sair do porto na viagem v, se ele saiu na viagem (v-1). A restrição (R10) calcula o tempo de deslocamento entre os nós i e j pelo navio k na viagem v.

A restrição (R11) garante que o tempo até o FPSO j não deve ser menor que o tempo até sua antecessora i adicionando os tempos de deslocamento e o tempo no atendimento ao FPSO i. A restrição (R12) calcula o tempo até o porto na viagem 1 pelo navio k. A restrição (R13)

calcula o tempo até o porto pelo navio k nas viagens seguintes.

A restrição ($R14$) calcula o tempo parado entre os nós i e j , caso o navio k precise aguardar para o atendimento do FPSO i na viagem v . A restrição ($R15$) calcula o custo na aresta (i, j) pelo navio k na viagem v . A restrição ($R16$) assegura que o tempo total de cada FPSO i , atendida pelo navio k na viagem v , seja superior que a janela de tempo mínima. A restrição ($R17$) assegura que o tempo total de cada FPSO i atendida pelo navio k na viagem v , seja inferior que a janela máxima com multa.

A restrição ($R18$) calcula a penalidade por exceder o tempo final sem multa. A restrição ($R19$) assegura que um navio k só pode atender um FPSO i na viagem v , se estiver habilitado para isto. A restrição ($R20$) garante que para cada navio k em uma viagem v , deve haver no máximo uma aresta saindo do porto. As restrições ($R21$), ($R22$) e ($R23$) representam o domínio adequado das variáveis binárias. Já as restrições ($R24$), ($R25$), ($R26$), ($R27$), ($R28$), ($R29$) e ($R30$) são restrições de não negatividade.

5 Testes e resultados

5.1. Apresentação dos cenários

Com o objetivo de testar e validar o modelo matemático proposto, foram construídos diferentes cenários para o problema de programação e roteirização dos navios aliviadores. Os dados utilizados foram obtidos de um banco de dados com informações de demanda, capacidade dos navios, tipo de conexões dos navios, localização das unidades de produção e também dos portos, entre outras informações.

A Tabela 1 descreve as informações relacionadas a cada tipo de navio aliviador, sendo estas informações considerados constantes para todos os cenários propostos.

Tabela 1: Informações dos navios aliviadores.

Navio aliviador	Panamax	Aframax	Suezmax
Capacidade(m ³)	60.000	110.000	160.000
Velocidade(km/h)	20	22	24
Consp(R\$/dia)	441	496	551
Consd(R\$/dia)	4.412	5.614	7.599
Autonomia(h)	144	144	144
Tipo de conexão	1	2 e 3	2 e 3

O parâmetro *consp*, refere-se ao consumo do navio aliviador quando estiver parado esperando algum atendimento ou quando estiver fazendo a operação de *offloading*, é importante saber que estas embarcações têm sistema de posicionamento dinâmico, onde seus motores ficam acionados para neutralizar os movimentos dos ventos, correntes e ondas, para que o navio não saia do posicionamento estabelecido. O parâmetro *consd*, refere-se ao consumo do navio navegando. Enquanto que parâmetro *autonomia*, refere-se à capacidade que o navio aliviador tem nos seus tanques de combustível para alimentar seus motores e em base a isto calcula-se o tempo que pode ficar em alto-mar durante suas operações.

Inicialmente foram propostos 3 cenários para a validação do modelo. As Tabelas 2, 3 e 4 descrevem os parâmetros

utilizados em cada cenário. Assim, serão usados como entrada a demanda de cada FPSO, o tempo de atendimento necessário, o tempo mais cedo da chegada do navio na unidade, o tempo máximo em que não acarreta multa por atraso e também o tempo limite, tempo em que a plataforma atinge sua capacidade máxima de armazenagem e o tipo de conexão.

Tabela 2: Parâmetros do cenário 1.

Unidade	Demanda (m ³)	Tempo de atendimento (h)	Tempo mais cedo (h)	Tempo sem multa (h)	Tempo limite (h)	Tipo de conexão
FPSO1	50000	9	12	72	92	1
FPSO2	50000	9	12	72	92	1
FPSO3	55000	10	12	72	92	2
FPSO4	55000	10	12	72	92	3
FPSO8	40000	7	12	72	92	2

Tabela 3: Parâmetros do cenário 2.

Unidade	Demanda (m ³)	Tempo de atendimento (h)	Tempo mais cedo (h)	Tempo sem multa (h)	Tempo limite (h)	Tipo de conexão
FPSO1	50000	9	12	72	92	1
FPSO2	50000	9	12	72	92	1
FPSO3	55000	10	12	72	92	2
FPSO4	55000	10	12	72	92	3
FPSO5	45000	8	12	72	92	3
FPSO6	45000	8	12	72	92	3
FPSO7	45000	8	12	72	92	3
FPSO8	40000	7	12	72	92	2
FPSO9	40000	7	12	72	92	2
FPSO11	50000	9	12	72	92	1

Tabela 4: Parâmetros do cenário 3.

Unidade	Demanda (m ³)	Tempo de atendimento (h)	Tempo mais cedo (h)	Tempo sem multa (h)	Tempo limite (h)	Tipo de conexão
FPSO1	50000	9	12	72	92	1
FPSO2	50000	9	12	72	92	1
FPSO3	55000	10	12	72	92	2
FPSO4	55000	10	12	72	92	3
FPSO5	45000	8	12	72	92	3
FPSO6	45000	8	12	72	92	3
FPSO7	45000	8	12	72	92	3
FPSO8	40000	7	12	72	92	2
FPSO9	40000	7	12	72	92	2
FPSO10	50000	9	12	72	92	2
FPSO11	50000	9	12	72	92	1
FPSO12	50000	9	12	72	92	1
FPSO13	50000	9	12	72	92	1
FPSO14	45000	8	12	72	92	2
FPSO15	45000	8	12	72	92	1
FPSO16	45000	8	12	72	92	2
FPSO17	45000	8	12	72	92	3
FPSO18	45000	8	12	72	92	3
FPSO19	45000	8	12	72	92	3
FPSO20	45000	8	12	72	92	2

Para o cenário 1 foram disponibilizados três navios aliviadores: 1 Panamax com conexão 1, 1 Aframax com conexão 2 e 1 Aframax com conexão 3.

Já para o cenário 2 foram disponibilizados cinco navios aliviadores: 2 Panamax com conexão 1, 2 Aframax com conexão 2 e 1 Aframax com conexão 3.

Entretanto no cenário 3 foram disponibilizados dez navios aliviadores: 3 Panamax com conexão 1, 2 Aframax com conexão 2, 2 Aframax com conexão 3, 2 Suezmax com conexão 2 e 1 Suezmax com conexão 1.

Para todos os cenários foi considerado o terminal de São Sebastião como porto de saída e chegada dos navios aliviadores. As distâncias entre cada FPSO e destas para o porto São Sebastião foram calculadas a partir das localizações geográficas (coordenadas UTM) obtidas através do software da Petrobras GIS-SUB.

Deve-se ressaltar que, outros 3 cenários foram construídos tendo como base os cenários descritos anteriormente, porém variando a disponibilidade de navios com outro

tipo de conexões bem como variando os tempos mais cedo de atendimento. A seguir, serão apresentados os resultados dos 6 cenários usados para validar o modelo proposto.

5.2. Análise dos resultados

O modelo de programação matemática desenvolvido foi implementado no software de otimização LINGO 10.0. Os testes foram executados utilizando a seguinte configuração de hardware: processador Intel® Core (TM) i3-4005U CPU@ 1,70 GHz, memória RAM de 4 GB e sistema operacional Windows 10 de 64 bits.

A Tabela 5 apresenta os resultados para o cenário 1. Neste caso, para o atendimento às FPSO's foram utilizados todos os navios disponíveis, sendo que um deles teve que ser programado para realizar 2 viagens.

Tabela 5: Resultados do cenário 1.

Número	Navio	Conexão	Viagem 1	Viagem 2
1	Panamax	1	Terminal-FPSO1-Terminal	Terminal-FPSO2-Terminal
2	Aframax	2	Terminal-FPSO3-FPSO8-Terminal	
3	Aframax	3	Terminal-FPSO4-Terminal	

A modo de ilustração, na Figura 2 são mostrados os diferentes roteiros dos navios de acordo as prioridades operacionais do cenário 1.

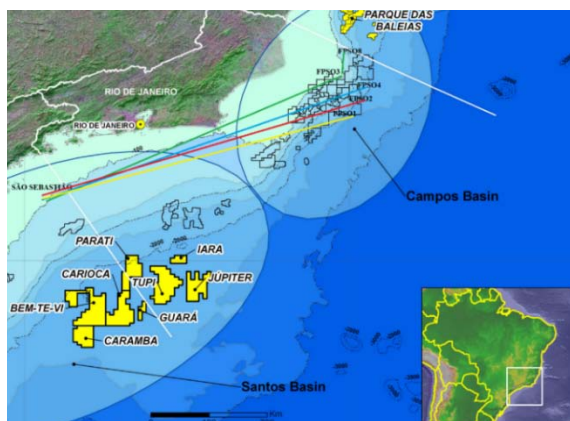


Figura 2: Ilustração do resultado do cenário 1.

A linha amarela representa a primeira viagem do navio Panamax com conexão do tipo 1, que atende o FPSO1 e a linha vermelha representa a segunda viagem deste navio atendendo o FPSO2. A linha verde representa o navio Aframax com conexão do tipo 2 que atende em uma só viagem as FPSO3 e FPSO8. A linha azul representa o navio Aframax com conexão do tipo 3 que atende o FPSO4.

Já a Tabela 6 apresenta os resultados do cenário 2, onde pode-se notar que, dos 5 navios disponíveis só foi necessário a utilização de 4 navios para atender a demanda das FPSO's.

Tabela 6: Resultados do cenário 2.

Número	Navio	Conexão	Viagem 1	Viagem 2
1	Panamax	1	Terminal-FPSO11-Terminal	Terminal-FPSO1-Terminal
2	Panamax	1	Terminal-FPSO2-Terminal	
3	Aframax	2	Terminal-FPSO3-FPSO9-Terminal	Terminal-FPSO8-Terminal
4	Aframax	3	Terminal-FPSO6-FPSO7-Terminal	Terminal-FPSO4-FPSO5-Terminal
5	Aframax	2		

Conforme a Tabela 6, o primeiro navio aliviador Panamax com conexão tipo 1 faz duas viagens, atendendo a FPSO11 na primeira viagem e a FPSO 1 na segunda viagem; o segundo navio aliviador Panamax com conexão tipo 1, faz uma viagem e atende a FPSO2; um navio aliviador Aframax com conexão tipo 2 faz duas viagens atendendo a FPSO3 e FPSO9 na primeira viagem e a FPSO8 na segunda viagem. O navio aliviador Aframax com o tipo de conexão 3 atende a FPSO6 e FPSO7 na primeira viagem e a FPSO4 e FPSO5 na segunda viagem.

Por outro lado, a Tabela 7 apresenta os resultados para a programação e roteamento dos navios aliviadores para o cenário 3. Neste caso, só foi necessário o uso de 7 navios, dos 10 disponíveis, para atender a demanda.

Tabela 7: Resultados do cenário 3.

Número	Navio	Conexão	Viagem 1	Viagem 2
1	Panamax	1	Terminal-FPSO13-Terminal	Terminal-FPSO12-Terminal
2	Panamax	1	Terminal-FPSO2-Terminal	Terminal-FPSO11-Terminal
3	Panamax	1	Terminal-FPSO1-Terminal	Terminal-FPSO15-Terminal
4	Aframax	2	Terminal-FPSO16-Terminal	Terminal-FPSO10-FPSO20-Terminal
5	Aframax	2	Terminal-FPSO3-FPSO9-Terminal	Terminal-FPSO8-FPSO14-Terminal
6	Aframax	3	Terminal-FPSO18-Terminal	Terminal-FPSO17-FPSO19-Terminal
7	Aframax	3	Terminal-FPSO4-FPSO5-Terminal	Terminal-FPSO6-FPSO7-Terminal
8	Suezmax	2		
9	Suezmax	2		
10	Suezmax	3		

Da Tabela 7, podemos concluir que o primeiro navio Panamax com conexão tipo 1 faz duas viagens, na primeira viagem atende a FPSO13; na segunda viagem atende a FPSO12; o segundo navio Panamax com conexão tipo 1 também faz duas viagens, na primeira viagem atende a FPSO2 e na segunda viagem atende a FPSO11; o terceiro navio Panamax com conexão tipo 1 também faz duas viagens, atende a FPSO1 na primeira viagem e a FPSO15 na segunda viagem.

O primeiro navio Aframax com conexão tipo 2 faz duas viagens, atende a FPSO16 na primeira viagem e as FPSO10 e FPSO20 na segunda viagem; o segundo navio Aframax com conexão tipo 2 também faz duas viagens, atende as FPSO3 e FPSO9 na primeira viagem e as FPSO8 e FPSO14 na segunda viagem.

O primeiro navio Aframax com conexão tipo 3 faz duas viagens atende a FPSO18 na primeira viagem e as FPSO17 e FPSO19 na segunda viagem; o segundo navio Aframax com conexão 3 também faz duas viagens, atende as FPSO4 e FPSO5 na primeira viagem e as FPSO6 e FPSO7 na segunda viagem.

Os três navios Suezmax, dois com conexão tipo 2 e um com conexão tipo 3 não foram utilizados e não fazem parte da frota para atender a demanda.

A Tabela 8 apresenta os resultados, de todos os cenários, de tempo de processamento, variáveis e valores de função objetivo, encontrado após as interações do software LINGO, incluindo além dos 3 cenários apresentados, outros 3 cenários construídos para validação do modelo.

Tabela 8: Informações de processamento dos 6 cenários.

Cenário	FPSO's	Navios	Tempos de processamento (s)	Numero de variáveis inteiras	Iterações	Função Objetivo (RS)
1	5	3	0.5	47	29	130814,6
2	10	5	4	183	17589	171463,7
3	20	10	3672	1200	11859449	302858,0
4	5	3	1	47	29	130814,6
5	10	5	4	183	16214	171463,7
6	20	10	3529	1200	15242500	302858,0

De acordo com a Tabela 8, pode-se notar um aumento nos tempos de processamento à medida que se aumentam as unidades a serem atendidas. Os três primeiros cenários são parecidos aos três últimos cenários, com a diferença nas conexões e tempos iniciais de atendimento, mesmo assim os custos operacionais mostrados na função objetivo, apresentam valores similares, mostrando que o modelo apresenta robustez e confiabilidade ao processar estes dados. Assim, o modelo proposto teve sucesso ao processar todos os cenários, para encontrar a frota ótima que minimize os custos operacionais desta operação.

6 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho teve como objetivo minimizar os custos operacionais usando modelagem matemática para encontrar a frota ótima, bem como auxiliar na programação dos roteiros dos navios aliviadores para o escoamento da produção do petróleo das FPSO's da Bacia de Campos, até o Terminal de São Sebastião. Os dados inseridos e analisados são próximos da realidade. O modelo ao processar estes dados forneceu o tamanho da frota ótima necessário para escoar a produção, diminuindo os custos operacionais e de multas, caso houver. Nos três últimos cenários ao serem inseridos diferentes tempos mínimos, o modelo forneceu rotas diferentes dos três cenários iniciais onde todas as unidades tinham o mesmo tempo inicial de chegada (12h), com isto verifica-se que o modelo identificou as prioridades de atendimento das unidades marítimas (FPSO) de acordo com os tempos mínimos de chegada. O modelo processou as informações sempre respeitando os tempos preestabelecidos, visando minimizar os custos operacionais da operação em estudo e com isto, foi possível que os navios façam uma viagem ou mais de uma viagem, enquanto outros não seriam necessários sair do porto, pois é mais econômico ficarem de sobreaviso enquanto os outros continuam fazendo as operações.

Como trabalho futuro, sugere-se analisar novas restrições no que diz respeito a formação de filas no terminal devido

ao aumento da produção que traz como consequência a entrada em operação de novas FPSO's e de mais navios aliviadores, que podem vir a sobrecarregar as operações no terminal e também analisar sobre os novos tipos de conexões que as novas e modernas unidades FPSO's e os navios aliviadores possam vir a ter.

Referencias bibliográficas

- [Bodin+81] Bodin, L. e Golden, B. *Classification in vehicle routing and scheduling*. Networks, v. 11, n. 2, 1981.
- [Macedo+14] Macedo, A. A.; Mitacc Meza, E. B.; Vianna, D. S.; Dianin, M. F. V. *Um Modelo Matemático para o Roteamento de Navios Aliviadores no Escoamento da Produção de Petróleo*. In: XXI Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP), 2014.
- [Muract+10] Muract, A., Soletti, J. e Carvalho, S., *Scheduling of crude oil flow from offshore platforms*. Asociación Argentina de Mecánica Computacional. Buenos Aires, Argentina, 2010.
- [Ono07] Ono, R. T. *Modelagem Sistêmica e Planejamento Logístico da Cadeia de Suprimentos de Petróleo*. Tese (Doutorado) apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, USP- SP, 2007.
- [Petrobras15] PETROBRAS. Disponível em <www.Petrobrás.com.br> consultado em 16/10/2015 às 19:32.
- [Pucu11] Pucu, A. B., *Logística do Escoamento da Produção de Petróleo de Plataformas Offshore Via Transporte Naval*. Dissertação apresentada à Universidade Federal de Alagoas (UFA), 2011.