

# Um modelo de programação linear inteira mista para a roteirização de embarcações de apoio às unidades marítimas de construção de poços

Henrique Lima Torres, Dalessandro Soares Vianna, Edwin Benito Mitacc Meza, Iara Tammela

henrique.torres@petrobras.com.br, dalessandro@vm.uff.br, emitacc@id.uff.br, iaratammela@vm.uff.br

MESC, Instituto de Ciência e Tecnologia – Universidade Federal Fluminense  
Rio das Ostras, Rio de Janeiro - Brasil

**Resumo:** *As empresas petrolíferas que atuam no segmento upstream offshore, responsável pela exploração e produção de petróleo em poços marítimos, precisam constantemente abastecer as unidades marítimas com suprimentos, que vão desde água e alimentos para a tripulação até equipamentos e materiais inerentes à construção dos poços. Essas cargas são transportadas através de PSV – platform supply vessels, veículos de suprimento à plataforma. O presente trabalho tem por objetivo definir a roteirização de embarcações para atendimento às demandas de plataformas, tomando como base metodológica o estudo de caso descritivo e exploratório de uma empresa de petróleo. Para alcance de tal objetivo, dois modelos de programação linear inteira mista são propostos. O primeiro, para definir as plataformas que poderão ser atendidas por cada embarcação. O segundo modelo gera, a partir da divisão realizada pelo primeiro, as rotas a serem percorridas por cada embarcação. As características do modelo são similares ao caso real, que conta com frota heterogênea, atendimento fracionado, janela de tempo, múltiplos produtos, múltiplos depósitos e coleta ou entrega de produtos. Foram elaborados dois cenários com complexidades diferentes, principalmente devido às variações nas quantidades de plataformas e embarcações. Para ambos cenários, houve atendimento integral da demanda, inclusive com geração de resultado ótimo no primeiro deles. O trabalho pode contribuir com a disseminação de conhecimentos na área de roteirização marítima, especialmente de PSV, que ainda não conta com muitas pesquisas.*

**Palavras chave:** platform supply vessels, roteirização de veículos, programação linear inteira mista.

**Abstract:** *The oil companies that act in upstream offshore, responsible for the exploration and production of oil in offshore wells, continuously need to supply the maritime unit with potable water, food to crew, equipment and materials to well construction. The present work has the object of defining the routing of vessels for attendance of platform demands, using as methodological base the exploratory and descriptive case study of an oil company. To reach this objective, two mixed integer linear programming models are proposed. The first one defines the platforms that might be supplied by each ship. The second one, using the result of the first, defines the route that will be traveled by each ship. The models features are close to the real case in the company, with heterogeneous fleet, time window, multi-products, multi-depot, pick up and deliveries. Two scenarios were elaborated with different complexity, mainly due to quantity variations of platforms and ships. In both scenarios, complete supply of the demand was possible, including an optimal result at the first scenario. The work might contribute to the dissemination of knowledge in the maritime routing area, especially PSV routing. The subject still requires further research.*

**Keywords:** platform supply vessels, vehicle routing, mixed integer linear programming.

## 1. Introdução

A construção de poços de petróleo marítimos é executada por Unidades Marítimas (UM), que precisam ser abastecidas com água, diesel, rancho, materiais, equipamentos, fluidos e granéis sólidos. Nesta pesquisa, são abordados especificamente dois tipos de cargas: os fluidos de perfuração e granéis sólidos. Os fluidos e granéis sólidos são transportados, respectivamente, em tanques e silos presentes em embarcações específicas para esta atividade. As embarcações são abastecidas com esses produtos nos portos e posteriormente navegam até a UM, que recebe os materiais e passa a utilizá-los. Durante as operações na UM ou ao final delas, é possível que determinados produtos precisem ser transferidos para as embarcações novamente, dando início à logística reversa. Esses produtos têm como destino um porto de onde são encaminhados para descarte.

Como a logística de fluidos e granéis é complexa, a definição do roteiro das embarcações, de acordo com o planejamento da campanha de poços, é uma importante decisão logística que pode trazer diversos impactos ou benefícios para a empresa petrolífera. O conhecimento da demanda de fluidos e granéis sólidos para cada UM é

fundamental para o planejamento logístico, sendo uma das principais entradas para a roteirização das embarcações.

Devido aos altos custos de operação das embarcações de suprimento de fluidos e granéis, o tema proposto é de forte relevância para as empresas de petróleo. Estas embarcações, em regra geral, não são de propriedade da empresa petrolífera. Segundo [Aneichyk09], elas geralmente são contratadas por meio de *Time Charter Party* (TCP), menos custosos, ou por meio de contratos de curto prazo, mais caros. Os TCP são contratos de prazo maior cujas cláusulas garantem pagamento do afretamento à embarcação enquanto essa estiver em condições operacionais. De acordo com [Mendes07], nesta categoria de contrato, o armador arca com os custos fixos da embarcação: registro da embarcação, seguros, manutenções, docagens ou paradas programadas, inspeções e salários da tripulação. Portanto, é fundamental utilizar a frota de embarcações do modo mais eficiente possível, devido aos altos custos dos contratos de embarcações associados a outros custos, como os dos portos e dos combustíveis.

O problema proposto neste artigo está centrado na busca pela roteirização mais adequada para o cumprimento da demanda de produtos por determinado período. Assim, em sumo as motivações para a pesquisa são:

- Importância do tema para a empresa em estudo, devido aos altos custos dos contratos de afretamento de embarcações de apoio às unidades marítimas, além dos custos da falta de suprimento a essas unidades; e
- Tema ainda pouco difundido na literatura científica. Não há tantos trabalhos de problemas de roteirização de veículos que fazem menção ao atendimento marítimo. Os que fazem, geralmente tratam de embarcações que carregam produtos sobre o convés (carga geral) ou da distribuição do petróleo produzido. O foco dos trabalhos *offshore* encontrados está na alocação de recursos e dimensionamento de frota. Os trabalhos específicos de roteirização tratam de veículos terrestres, em sua maioria.

De acordo com [Fagerholt+00], uma explicação para a falta de artigos e pesquisas na área de roteirização marítima seria que as empresas do setor têm uma longa tradição de roteirização manual. As embarcações têm trabalhado ao longo dos anos sem o uso de técnicas refinadas. Outra razão citada no artigo é a alta diversificação de embarcações com características não padronizadas, diferente de outros tipos de veículos, que não exigem, em muitos casos, apoio de pessoas na tomada de decisão.

O objetivo geral da pesquisa é construir um modelo que seja capaz de roteirizar a frota de PSV para atendimento da demanda de materiais na construção de poços marítimos.

## 2. Revisão da literatura

Segundo [Aas08], o principal fator que contribui para a complexidade da logística *offshore* é a incerteza das operações de petróleo. É difícil estimar a capacidade das embarcações necessária para o suprimento das plataformas e em qual período os insumos devem ser entregues. Esse fator é a incerteza do ponto de vista da demanda.

A oferta de embarcações é, segundo [Mendes07], afetada por diversas variáveis, como: o aquecimento da economia, os fatores políticos ligados aos países produtores de petróleo, a tendência do mercado de construção e de locação em segunda mão de embarcações.

[Aas08] afirma que devido aos elevados custos da falta de suprimentos nas UMs, a capacidade das embarcações ou da frota precisa estar dimensionada de acordo com a demanda de transporte existente por todo o período de contrato. Segundo [Mendes07], a demanda é calculada tomando como base um conjunto de requisições de serviço que a empresa prevê para um determinado horizonte de tempo. Esse exercício apresenta grau de dificuldade elevado, devido às incertezas que são inúmeras, pois pode ocorrer mudança de cenários econômicos e de planejamento da empresa.

### 2.1. Características dos problemas de roteirização de veículos

A primeira vez que o termo problema de roteirização de veículos, ou ainda, em inglês *Vehicle Routing Problem* (VRP), foi utilizado data de meados da década de 70, de acordo com [Laporte09].

O objetivo dos problemas de roteirização veicular é otimizar o planejamento da rota (distribuição de depósitos para consumidores) de forma que a demanda dos clientes seja atendida sem a violação de restrições [Golden+08]. Em outras palavras, os problemas de roteirização de veículos consistem em encontrar as rotas de menor custo, levando em consideração as restrições existentes para atender aos clientes [Subramanian12].

Segundo [Goldberg+05], os problemas de roteamento de veículos determinam a sequência de visitas que objetivem atender a uma função objetivo. Estes problemas estão entre os mais complexos da área de otimização combinatória, pelo número elevado de variáveis e diversidade de restrições e objetivos.

Devido à grande importância para o dia-a-dia das empresas, os VRP têm sido objeto de pesquisa de diversos autores nos últimos anos. Eles podem ser utilizados para transporte de pessoas, matérias-primas e produtos acabados e envolvem diversos modais. [Caceres-Cruz+14] elaboraram um survey no qual foram apresentados cerca de 60 trabalhos que abordaram esse tema.

As principais variações do VRP estão listadas a seguir, com base em [Bodin+83] e [Solomon+88]: Problema clássico de roteirização de veículos (*vehicle routing problem* – VRP); Problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos (*multi-depot vehicle routing problem* – MDVRP); Problema de roteirização de veículos com entregas fracionadas (*vehicle routing problem with Split deliveries* - VRPSD); Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa (*heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem* - HFFVRP); Problema de roteirização (e programação) de veículos com janela de tempo flexível (*vehicle routing, and scheduling, problem with “soft” time windows* – VRSPSTW e VRPSTW).

A abordagem de PRV com programação inteira mista pode ser encontrada em [Hentzy12]. Nele foi apresentado um modelo de programação inteira mista, no qual a função objetivo é minimizar as rotas de embarcações que fazem o atendimento às plataformas. O autor ainda propõe, em seu estudo de caso, um cenário de cinco embarcações, que transportam cinco produtos para atendimento a treze plataformas. Neste cenário, foi obtida a solução ótima para o problema, sendo que em cenários com mais embarcações e plataformas, não foi possível chegar a uma solução ótima em tempo computacional.

A revisão realizada permitiu a tomada de decisão sobre qual estratégia de solução para problemas de roteirização de veículos a pesquisa deve abordar. O método mais adequado é a elaboração de algoritmo exato, mais especificamente de programação linear inteira mista, pois, segundo [Mendes07], o método trata de problemas que

envolvem além de variáveis inteiras, outras que são reais, ou seja, nem todas as variáveis são inteiras, por não apresentarem esta natureza.

### 3. Modelo matemático proposto

O problema abordado neste trabalho é um tipo de VRP com as seguintes características: frota heterogênea, coleta ou entrega, janela de tempo, entregas fracionadas, múltiplos depósitos e múltiplos produtos.

De acordo com [Penna12], o VRP é um tipo de problema NP-difícil, para o qual algoritmos heurísticos e híbridos são considerados como abordagens adequadas para uma boa solução em tempo computacional aceitável. Ainda segundo [Laporte09], a maioria dos problemas de grandes dimensões ainda são resolvidos pelos métodos heurísticos, apesar do enorme desenvolvimento dos métodos exatos de otimização para a solução dos VRP. Desta forma, foi possível modelar o problema por meio da abordagem de programação inteira mista, com algum nível de simplificação, mantendo as características de frota heterogênea, janela de tempo, entregas fracionadas, múltiplos produtos, múltiplos depósitos e coleta ou entrega.

O problema proposto foi modelado no *software* Lingo 10.0 2006, versão com variáveis e restrições ilimitadas. De acordo com [Mendes07], o método de solução do Lingo é a estratégia *Branch and Bound*, que se baseia nos fatos de que a solução ótima do problema relaxado é um limitante inferior para a solução ótima do problema original e qualquer solução viável do problema original fornecerá um limitante superior para a solução do problema. O método consiste em fazer ramificações de forma a tentar achar a solução em subproblemas menores.

O modelo foi construído em duas etapas. A primeira fase do modelo trata da alocação de embarcações à UM, mas ainda sem a roteirização. Trata-se apenas de uma definição prévia de possíveis embarcações para cada atendimento às UMs, de forma a diminuir o número de possibilidades de rotas. Na prática, a primeira fase faz as alocações prévias para a segunda fase roteirizar. Caso a primeira fase não existisse, durante a segunda fase o modelo analisaria todas as possibilidades de formação de rotas, sendo possível que qualquer embarcação atendesse qualquer pedido de UM, fazendo o número de variáveis crescer consideravelmente, com consequente aumento do tempo de processamento.

#### 3.1. Modelo Fase 1

O algoritmo da primeira fase realiza a alocação das UMs às embarcações. Ele conta com uma estratégia de alocação de no mínimo duas embarcações para cada atendimento. Desta forma, pode existir uma folga de uma embarcação, caso o PSV que foi definido não possa atender ao pedido integralmente. Esta folga vai contribuir para a segunda fase, no caso da primeira embarcação selecionada já estar ocupada em outra atividade ou ainda, caso ela não tenha estoque suficiente do produto. Foi definida também a quantidade máxima de UMs a serem visitadas por um determinado PSV. Este parâmetro foi definido na quantidade de 10 (dez) UMs atendidas por embarcação, de forma a maximizar a utilização da frota.

Esses dois parâmetros, de máximo de UMs atendidas e mínimo de embarcações alocadas por UM, serão detalhados no item a seguir.

#### Dados de entrada

Com o objetivo de facilitar a inserção de dados no modelo, foi elaborada uma planilha estruturada que contém todos os dados de entrada necessários. Esta planilha permite que sejam cadastrados até 60 pontos, entre UM, PSV e portos. Podem ser cadastrados também até 10 produtos. Após essa breve explanação, os dados de entrada da Fase 1 são:

- Máxima quantidade de pontos que podem ser simulados = 60. Os PSV, as UMs e os portos são todos tratados como pontos.
- Máxima quantidade de produtos que podem ser transportados = 10 produtos.
- Máximo de UMs atendidas = 10 UMs. Assim, cada embarcação pode atender até 10 UMs durante suas viagens. Esse parâmetro existe com a intenção de equalizar a quantidade de atendimentos de cada embarcação, tornando-os similares.
- Mínimo de embarcações possíveis para atendimento a uma UM = 2. Define no mínimo duas embarcações para atendimento a uma demanda da UM, possibilitando alocar embarcações às UMs.

#### Parâmetros

$U$  = Conjunto de pontos que são unidades marítimas

$P$  = Conjunto de pontos que são portos

$E$  = Conjunto de pontos que são embarcações

$K$  = Conjunto de Produtos

$DIST_{i,j}$  = Distância entre cada par de pontos

$DEM_{i,j}$  = Demanda do ponto (UM e portos)

$CAP_{e,K}$  = Capacidade da embarcação e para o produto  $k$

$MAX_{UM}$   
= Número máximo de UM que um PSV pode atender

$MIN_{EMB_{PROD}}$  = N° mínimo de embarcações alocadas às UM

$M$  = Valor suficientemente grande

#### Variáveis de Decisão

$x_{e,i}$  =  $\begin{cases} 1 & \text{informa que o ponto } i \text{ está alocado à embarcação } e \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$ViolaMax_e$  = quantidade de violações do número máximo de UM pela embarcação  $e$

$Residuo_{u,k}$  = volume de demanda de produto  $k$ , da UM  $u$ , não atendida

$ViolaMin_{u,k}$  = quantidade de violações do n° mínimo de embarcações alocadas a fornecer o produto  $k$  à UM  $u$

$z_{e,i,k}$  = volume de produto  $k$  fornecido pela embarcação  $e$  à UM  $i$

Utilizando esta notação, o problema pode ser formulado como um modelo de programação inteira mista:

## Função Objetivo

$$MIN = DistMax + 100.000 \times \sum_{u \in U} \sum_{k \in K} Residuo_{u,k} + 10.000 \times \sum_{e \in E} ViolaMax_e + 10.000 \times \sum_{u \in U} \sum_{k \in K} ViolaMin_{u,k}$$

## Sujeito a

$$DistMax \geq \sum_{u \in U} DIST_{e,u} * x_{e,u} + \sum_{p \in P} DIST_{e,p} * x_{e,p} \quad \forall e \in E \quad (R1)$$

$$\sum_{k \in K} z_{e,i,k} \leq M * x_{e,i} \quad \forall e \in E, \forall i \in U \cup P \quad (R2)$$

$$\sum_{u \in U} z_{e,u,k} - \sum_{p \in P} z_{e,p,k} \leq CAP_{e,k} \quad \forall e \in E, \forall k \in K \quad (R3)$$

$$Residuo_{u,k} \geq DEM_{u,k} - \sum_{e \in E} z_{e,u,k} \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R4)$$

$$ViolaMax_e \geq MAX_{UM} - \sum_{u \in U} x_{e,u} \quad \forall e \in E \quad (R5)$$

$$ViolaMin_{u,k} \geq MIN_{EMBPROD} - \sum_{e \in E} x_{e,u} \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R6)$$

$$x_{e,i} \in \{0,1\} \quad \forall e \in E, \forall i \in U \cup P \quad (R7)$$

$$Residuo_{u,k} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R8)$$

$$z_{e,i,k} \geq 0 \quad \forall e \in E, \forall k \in K, \forall i \in U \cup P \quad (R9)$$

$$ViolaMin_{u,k} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R10)$$

$$ViolaMax_e \geq 0 \quad \forall e \in E \quad (R11)$$

A função objetivo minimiza a distância máxima percorrida por uma embarcação acrescida de penalidades relacionadas a: quantidade total de demanda por produtos não atendida; quantidade máxima de UMs que uma embarcação pode visitar; e quantidade mínima de embarcações que podem fornecer um determinado produto a uma UM. Vale ressaltar que a construção da F.O. tenta evitar, preferencialmente, as penalidades e tenta também minimizar a distância máxima, o que pode ser percebido analisando os pesos associados a cada parcela da equação. As penalidades de valor 10.000 associadas as parcelas (ii) e (iii), referem-se ao custo de 10.000 unidades monetárias caso as exigências destas parcelas não sejam cumpridas. O valor da penalidade caso não ocorra um atendimento de determinado produto é 10 vezes maior que as penalidades das parcelas (ii) e (iii). Este fato pode ser justificado, pois a situação mais indesejada é o não atendimento de determinada demanda, causando prejuízo financeiro para a empresa petrolífera, com pagamento da UM com todas as facilidades e equipes parados. A quebra dos requisitos de (ii) quantidade máxima de UM que uma embarcação pode visitar e (iii) quantidade mínima de embarcações que podem fornecer um determinado produto a uma UM, na maioria das vezes, vão ocasionar apenas atrasos no atendimento. O cálculo da distância máxima é realizado considerando a máxima distância que uma embarcação vai percorrer, visitando os portos e as UMs. A minimização desta distância máxima percorrida entre os portos e as UMs faz a distribuição de embarcações por UMs fique mais homogênea.

A desigualdade (R1) faz o cálculo da distância máxima de uma embarcação até as UM e portos. A restrição (R2)

indica que só pode haver fornecimento se houver atendimento, ou seja, uma embarcação só pode fornecer um produto a uma UM se ela visitar essa UM. A inequação (R3) indica que o total do fornecimento de um produto não pode ultrapassar a capacidade da embarcação. Leva-se em consideração o reabastecimento da embarcação nos portos. A inequação (R4) calcula a demanda que ficou sem atendimento, ou seja, é o somatório das demandas subtraído dos atendimentos. A restrição (R5) verifica se o número máximo de UM por embarcação será violado. A restrição (R6) verifica se o número mínimo de embarcações que oferecem um determinado produto a uma UM será respeitado.

O domínio adequado das variáveis é garantido pelas restrições (R7), (R8), (R9), (R10) e (R11). Especial atenção deve ser dada ao domínio da variável da equação (R7), que mostra se a embarcação  $e$  vai atender ao ponto  $i$ . Essa variável é o principal resultado desta primeira fase do modelo. Se o resultado for 1, significa que aquela embarcação foi alocada a unidade marítima previamente, e na Fase 2 pode ser formada uma rota entre a embarcação e a UM. Os dados de saída, mais especificamente os valores das variáveis  $x_{i,j}$ , são preenchidos automaticamente na mesma planilha de dados de entrada, para servirem de entrada para a Fase 2.

## 3.2. Modelo Fase 2

O algoritmo da segunda fase realiza a roteirização das embarcações. A formulação matemática é apresentada a seguir, com a definição dos parâmetros e variáveis de decisão.

### Dados de entrada

- Número máximo de viagens = 2 viagens por embarcação. Por viagem entende-se que é o conjunto de rotas feitas pela embarcação até seu retorno ao porto. Como esse parâmetro foi definido como sendo igual a dois, significa que as embarcações vão fazer a primeira viagem saindo de seus pontos de origem e se precisarem de mais produtos, vão passar em algum dos portos para assim efetuarem no máximo a segunda viagem, saindo dos portos.
- Tempo Máximo de Análise do cenário em horas = 336. O parâmetro foi definido como um período de duas semanas. Como a demanda das UM é para janelas de tempo de uma semana, foi definido um tempo igual a 2 semanas, para caso houvesse atraso no atendimento, ele pudesse ser realizado na semana seguinte.
- Demanda Máxima que uma UM pode apresentar = 10.000. O parâmetro foi assim definido pela quantidade máxima de um produto já solicitado por uma UM, de acordo com a base de dados de demanda.

### Parâmetros

$U$  = Conjunto de pontos que são unidades marítimas

$P$  = Conjunto de pontos que são portos

$E$  = Conjunto de pontos que são embarcações

$NP$  = Número de produtos

$T_{MAX}$  = Tempo Máximo de análise do cenário

$DEM_{MAX}$  = Demanda máxima que uma UM pode apresentar

$T\_INICIAL_e$  = Momento que a embarcação e estará disponível

$T\_ATEND_i$  = Tempo de atendimento do ponto  $i$

$VEL_e$  = Velocidade média de cada embarcação  $e$

$JAN\_INI_u$  = Início da janela de atendimento da UM  $u$

$JAN\_FIM_u$  = Final da janela de atendimento da UM  $u$

$DIST_{i,j}$  = Distância entre cada par de pontos  $i$  e  $j$

$DEM_i$  = Demanda do ponto  $i$  (UM e portos)

$CAP_e$  = Estoque inicial da embarcação  $e$

$CAP_{MAX_{e,k}}$  = Capacidade máxima que a embarcação  $e$  pode transportar do produto  $k$

$SIT_{INICIAL_e}$  = Informa quais produtos estão inicialmente na embarcação  $e$

$PROD_{EXCL_{k1,k2}}$  = Sinaliza os pares de produtos que devem ter exclusividade

$TRANSP_{e,k}$  = Sinaliza se a embarcação  $e$  pode transportar o produto  $k$

### Variáveis de Decisão

$x_{e,i,j,v} = \begin{cases} 1 & \text{Aresta } (i, j) \text{ é usada pela embarcação } e \text{ na viagem } v \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$w_{e,u,v} = \begin{cases} 1 & \text{Se UM } u \text{ é atendida pela embarcação } e \text{ na viagem } v \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$s_{e,k,v} = \begin{cases} 1 & \text{Se embarcação } e \text{ transporta produto } k \text{ na viagem } v \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$Residuo_{u,k}$  = Volume de demanda do produto  $k$ , da UM  $u$ , não atendida

$t_{e,i,v}$  = Momento de início de atendimento ou abastecimento do ponto  $i$  pela embarcação  $e$  e na viagem  $v$

$atraso_{e,i,v}$  = Informa quanto tempo atrasou a embarcação  $e$  na viagem  $v$  para atender o ponto  $i$  considerando janela final

$z_{e,i,k,v}$  = Volume do produto  $k$  fornecido pela embarcação  $e$  à UM  $i$  na viagem  $v$

$y_{e,i,j,v}$  = Fluxo em cada aresta  $(i, j)$  pela embarcação  $e$  na viagem  $v$

$capacidade_{e,k,v}$  = Informa o estoque da embarcação  $e$  na viagem  $v$  do produto  $k$

Levando em consideração a notação acima descrita, o modelo de programação inteira mista da Fase 2 pode ser formulada da seguinte maneira:

### Função Objetivo

$$MIN = \sum_{e \in E} \sum_{i \in P \cup U} \sum_{v \in V} t_{e,i,v} + 10.000 \times \sum_{u \in U} \sum_{k \in K} Residuo_{u,k} + 10.000 \times \sum_{e \in E} \sum_{u \in U} \sum_{v \in V} atraso_{e,u,v}$$

### Sujeito a

$$(NP + 1) * \sum_{i \in P \cup U} x_{e,e,i,1} \geq \sum_{i \in P \cup U \cup \{e\}} w_{e,i,1} \quad \forall e \in E \quad (R12)$$

$$\sum_{p \in P} x_{e,p,u,1} = 0 \quad \forall e \in E, \forall u \in U \quad (R13)$$

$$(NP + 1) * \sum_{p \in P} \sum_{u \in U} x_{e,p,u,v} \geq \sum_{i \in P \cup U \cup \{e\}} w_{e,i,v} \quad \forall e \in E, \forall v \in V | v > 1 \quad (R14)$$

$$\sum_{i \in P \cup U} x_{e,e,i,v} \quad \forall e \in E, \forall v \in V | v > 1 \quad (R15)$$

$$(NP + 1) * \sum_{p \in P} \sum_{i \in U \cup \{e\}} x_{e,i,p,v-1} \geq \sum_{i \in P \cup U \cup \{e\}} w_{e,i,v} \quad \forall e \in E, \forall v \in V \quad (R16)$$

$$\sum_{i \in U \cup \{e\}} x_{e,i,p,v-1} \geq \sum_{i \in U} x_{e,p,i,v} \quad \forall e \in E, \forall p \in P, \forall v \in V | v > 1 \quad (R17)$$

$$capacidade_{e,k,1} = CAP_{e,k} \quad \forall e \in E, \forall k \in K \quad (R18)$$

$$capacidade_{e,k,v} = CAP_{MAX_{e,k}} * s_{e,k,v} \quad \forall e \in E, \forall k \in K, v \in V | v > 1 \quad (R19)$$

$$s_{e,k,v} = SIT_{INICIAL_{e,k}} \quad \forall e \in E, \forall k \in K \quad (R20)$$

$$s_{e,k,v} \leq TRANSP_{e,k} \quad \forall e \in E, \forall k \in K, v \in V | v > 1 \quad (R21)$$

$$\sum_{i \in P \cup U \cup \{e\}} y_{e,i,j,v} - \sum_{i \in P \cup U} y_{e,j,i,v} = w_{e,j,v} \quad \forall e \in E, \forall j \in U, v \in V \quad (R22)$$

$$y_{e,i,j,v} \leq (NP + 1) * x_{e,i,j,v} \quad \forall e \in E, \forall i \in P \cup U \cup \{e\}, \forall j \in P \cup U \quad (R23)$$

$$\sum_{k \in K} z_{e,i,k,v} \leq DEM_{MAX} * w_{e,i,v} \quad \forall e \in E, \forall i \in U, \forall v \in V \quad (R24)$$

$$\sum_{i \in P \cup U \cup \{e\}} x_{e,i,j,v} = w_{e,j,v} \quad \forall e \in E, \forall j \in U, \forall v \in V \quad (R25)$$

$$\sum_{i \in P \cup U} x_{e,j,i,v} \leq w_{e,j,v} \quad \forall e \in E, \forall j \in P \cup U, \forall v \in V \quad (R26)$$

$$\sum_{u \in U} z_{e,u,k,v} \leq capacidade_{e,k,v} \quad \forall e \in E, \forall k \in K, v \in V \quad (R27)$$

$$Residuo_{u,k} = DEM_{u,k} - \sum_{e \in E} \sum_{v \in V} z_{e,u,k,v} \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R28)$$

$$s_{e,k1,v} + \sum_{k1 \in \{k2\}} s_{e,k2,v} \leq 1 \quad \forall e \in E, \forall k1 \in K, v \in V \quad (R29)$$

$$t_{e,u,1} \geq (T_{INICIAL_e} + (DIST_{e,u}/VEL_e)) * x_{e,e,u,1} \quad \forall e \in E, \forall u \in U \quad (R30)$$

$$t_{e,u,v} \geq \left( t_{e,p,v-1} + T_{ATEND_p} + \left( \frac{DIST_{p,u}}{VEL_e} \right) \right) - T_{MAX} * (1 - x_{e,p,u,v}) \quad \forall e \in E, \forall u \in U, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (R31)$$

$$t_{e,i,v} \geq \left( t_{e,j,v} + T_{ATEND_j} + \left( \frac{DIST_{j,i}}{VEL_e} \right) \right) - T_{MAX} * (1 - x_{e,j,i,v}) \quad \forall e \in E, \forall i \in U \cup P, \forall j \in U, \forall v \in V \quad (R32)$$

$$t_{e,u,v} \geq JAN_{INI_u} * w_{e,u,v} \quad \forall e \in E, \forall u \in U, \forall v \in V \quad (R33)$$

$$atraso_{e,u,v} \geq t_{e,u,v} - JAN_{FIM_u} \quad \forall e \in E, \forall u \in U, \forall v \in V \quad (R34)$$

$$Residuo_{u,k} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall k \in K \quad (R35)$$

$$z_{e,i,k,v} \geq 0 \quad \forall e \in E, i \in P \cup U, k \in K, v \in V \quad (R36)$$

$$x_{e,i,j,v} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, i \in P \cup U \cup \{e\}, j \in P \cup U \quad (R37)$$

$$w_{e,i,v} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, i \in P \cup U, v \in V \quad (R38)$$

$$s_{e,k,v} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, k \in K, v \in V \quad (R39)$$

$$t_{e,i,v} \geq 0 \quad \forall e \in E, i \in P \cup U, v \in V \quad (R40)$$

$$atraso_{e,u,v} \geq 0 \quad \forall e \in E, u \in U, v \in V \quad (R41)$$

A função objetivo minimiza o tempo total de operações atendendo todos os pedidos das UMs, de preferência, dentro da janela de tempo solicitada. A função objetivo

considera também os atendimentos em atraso e os não atendimentos. Estas parcelas têm como fator de penalização o valor de 10.000 unidades monetárias. Ou seja, a cada hora de atraso na entrega de um pedido, ocorre acréscimo de 10.000 no custo do atendimento. Quando ocorre uma demanda não atendida, o valor que é multiplicado por 10.000 é o volume de produto não atendido, ficando assim o custo acrescido muito maior que o custo de atraso, devido às demandas terem volume geralmente superiores à 100 unidades de volume. Portanto, minimamente, o custo acrescido à F.O. pela falta de atendimento, seria de 1.000.000, evidenciando que a F.O. busca preferencialmente evitar demandas não atendidas. De fato, estima-se que o custo de diária de UM seja próximo de US\$ 1 milhão. Todos estes custos são de difícil mensuração, pois dependem de fatores que não podem ser controlados. Apesar disso, esta estimativa foi responsável por balizar estes valores.

A restrição (R12) indica que a rota, na viagem 1, começa em uma embarcação, ou seja, na posição atual da embarcação. A restrição (R13) indica que a rota da viagem 1 não pode iniciar em um porto.

A inequação (R14) indica que a partir da segunda viagem, a rota deve sair de um porto, ou seja, a embarcação já retornou dos atendimentos e teve que reabastecer no porto para seguir para outros atendimentos. A inequação (R15) garante que a partir da segunda viagem, a rota não inicia no ponto da embarcação. A restrição (R16) garante que a viagem anterior terminou em um porto, para rotas a partir da segunda viagem. A restrição (R17) garante que a viagem  $v$  ( $v > 1$ ) iniciou no mesmo porto em que a viagem antecessora terminou.

A equação (R18) estabelece que a capacidade da embarcação na primeira viagem deve ser igual a capacidade atual da embarcação. A equação (R19) mostra que a capacidade da embarcação nas viagens seguintes vai depender dos produtos que forem escolhidos para carregamento. A igualdade (R20) indica que na primeira viagem já estão definidos os produtos a serem carregados, os quais são definidos pela situação atual da embarcação. A restrição (R21) garante que uma embarcação não pode transportar um produto ao qual não esteja apta.

A restrição de fluxo (R22) serve para manter as rotas conexas. A inequação (R23) indica que se existe fluxo, então aresta de origem-destino naquela viagem será igual a 1. A restrição (R24) garante que se há fornecimento é porque houve atendimento. A equação (R25) informa que deve haver, na viagem  $v$ , exatamente uma aresta chegando no ponto  $j$  vinda da embarcação  $e$ , caso  $j$  seja atendido por  $e$ . A inequação (R26) garante que deve haver, na viagem  $v$ , no máximo uma aresta saindo no ponto  $j$  vinda da embarcação  $e$ , caso  $j$  seja atendido por  $e$ .

A restrição (R27) estabelece que o total de fornecimento não pode ultrapassar a capacidade da embarcação. A igualdade (R28) faz o cálculo da demanda que ficou sem atendimento. A inequação (R29) faz a verificação dos produtos com exclusividade de ocupação nos tanques das embarcações. A restrição (R30) indica que o tempo de início deve respeitar o tempo inicial da embarcação. A restrição (R31) mostra que as viagens seguintes devem

iniciar respeitando o momento que a última viagem chegou ao porto.

A inequação (R32) mostra que o tempo de atendimento de uma UM ou porto vai depender do tempo de atendimento anterior. A restrição (R33) garante que o tempo de início de atendimento de uma UM não pode ser inferior a janela inicial. O cálculo do atraso é realizado pela restrição (R34). O domínio adequado das variáveis é garantido pelas restrições (R35), (R36), (R37), (R38), (R39), (R40) e (R41).

## 4. Experimentos

Para que os experimentos fossem desenvolvidos, foi necessário buscar informações nos documentos e arquivos disponíveis na empresa em estudo.

A frota de PSV do presente estudo, como já abordado, é heterogênea. Assim sendo, as embarcações têm capacidades diversas e transportam diferentes produtos.

A velocidade de deslocamento dos PSV é a mesma para todos eles, 10 milhas náuticas por hora. Esta é a velocidade mínima exigida em contrato.

Os produtos que compõem o problema são: Fluido Sintético de Fornecimento, Fluido Sintético de Retorno, Resíduo, Olefina de Fornecimento, Olefina de Retorno, Cloreto de Sódio, Baritina e Calcário.

Os produtos denominados fluido sintético e olefina, além de serem entregues pelos PSV, podem ainda ser retirados das UM e fornecidos para as embarcações, porém essas operações não podem ser simultâneas, visto que os produtos têm características diferentes, não podendo ser misturados. Os produtos Baritina e Calcário são granéis sólidos e os seus volumes são dados em pés cúbicos. Para os outros produtos, os volumes são dados em barris, pois são fluidos.

Cada UM apresenta um pedido de material que contém o volume necessário, a data mais cedo (DMC) e a data mais tarde (DMT) para o atendimento.

Os tempos de operação das embarcações nas UMs dependem essencialmente do tipo de produto que está sendo transferido. A vazão de transferência de fluidos é de 500 barris por hora e de granéis sólidos é de 400 pés cúbicos por hora.

Os portos deste estudo são três, sendo um no estado Espírito Santo, na cidade de Anchieta, outros dois são no estado do Rio de Janeiro, nas cidades de Niterói e Angra dos Reis. O tempo de operação dos PSV nos portos é de 12 horas.

O porto de Ubu recebe resíduo, fluido sintético de retorno e olefina de retorno. Além disso, fornece todos os outros produtos. Os outros dois portos, Angra dos Reis e Niterói fornecem todo tipo de produto e recebem fluido sintético de retorno e olefina de retorno, mas não recebem resíduo.

De posse de todas as informações referentes a UM, PSV e portos, com suas devidas localizações, foi possível estabelecer cenários para execução de testes no modelo elaborado.

O computador, no qual o modelo foi processado, dispõe de sistema operacional Windows 7 Home Premium com processador Intel Core i5 2,53 GHz e 4 GB de RAM. O software Lingo foi configurado para processar com 256 MB de memória. A elaboração dos Cenários abordados nos próximos itens utilizou como referência dados históricos de demandas da primeira semana de agosto de 2015.

#### 4.1. Cenário 1

Para o Cenário 1 foram previstas 10 UMs, 4 PSV e 2 portos, total de 16 pontos. Foram considerados também os estoques iniciais e capacidades de cada embarcação, para cada tipo de produto.

A Tabela 1 representa a demanda de produtos das UMs no período analisado, bem como o tempo que um PSV leva operando para atender àquela UM.

Tabela 1: Demanda de produtos das UM para o Cenário 1.

UM	DMC	DMT	Prod1/ Vol.	Prod2/ Vol.	Prod3/ Vol.	Temp Oper.
SS-88	01/08	04/08	Resid./810			1,6
NS-38	01/08	08/08	Cl Sód./ 1100			2,2
NS-40	02/08	04/08	Cl Sód/1600			3,2
NS-42	05/08	07/08	Cl Sód/1752	Barit/2644	Calc/3 100	17,9
NS-42	01/08	02/08	Olef F/876			1,8
NS-43	06/08	08/08	Cl Sód/900			1,8
NS-48	03/08	05/08	FlSint F/ 2700			5,4
SS-77	06/08	07/08	FlSint F/ 1000			2,0
SS-83	04/08	06/08	Olef F/500			1,0
SS-86	04/08	07/08	Cl Sód/6000			12,0

Os portos destacados para este primeiro cenário foram os de Ubu e de Angra dos Reis. Ambos possuindo tempo de operação com os PSV de 12 horas.

A Fase 2 do algoritmo obteve o valor de 783,696 na Função Objetivo (F.O.). A roteirização do Cenário 1 pode ser vista na Tabela 2.

Tabela 2: Roteirização para o Cenário 1.

PSV	UM	Instante início atend(h)	Data início atend	DMT solicitada	Atend total?
A	PAngra				
A	SS-88	7,1	01/08	04/08	X
A	SS-83	24,3	02/08	05/08	X
A	NS-38	36	02/08	04/08	X
A	NS-42	44,3	02/08	05/08	X
A	NS-40	108	05/08	07/08	X
A	NS-43	132	06/08	06/08	X
B	PAngra				
B	SS-77	84	04/08	05/08	X
B	SS-77	84	04/08	05/08	X
B	NS-48	96	04/08	05/08	X
B	NS-42	132	06/08	07/08	X
C	SS-86	120	05/08	07/08	X
	<b>F.O.</b>	<b>783,696</b>			

O somatório dos instantes de início dos atendimentos foi 783,696, valor da F.O.. Todas as demandas foram atendidas integralmente. Sendo que foram necessários 3 PSV. Foi possível perceber que apenas o Porto de Angra foi utilizado antes dos atendimentos dos PSV A e B.

#### 4.2. Cenário 2

Para o Cenário 2 foram previstas 15 UMs, 6 PSV e 3 portos, total de 24 pontos. Foram considerados também os

estoques iniciais e capacidades de cada embarcação, para cada tipo de produto.

A Tabela 3 representa a demanda complementar de produtos das UMs no período analisado, bem como o tempo que um PSV leva operando para atender àquela UM. Para este cenário, deve ser considerada a Tabela 1 e a Tabela 3.

Tabela 3: Demanda de produtos das UM para o Cenário 2.

UM	DMC	DMT	Prod1/ Vol.	Prod2/ Vol.	Prod3/ Vol.	TempO per.
NS-07	04/08	07/08	ISint F/ 2065	Olef F/ 400		5,7
NS-39	05/08	08/08	Cl Sód/2650			5,3
NS-40	03/08	05/08	Cl Sód/3000			6,0
NS-42	02/08	05/08	esid./800	ClSód/ 46	Calc/ 130	2,6
SS-78	05/08	06/08	ISint R/ 1370	Olef R/ 200		5,1

Os portos destacados para este segundo cenário foram os de Ubu, de Angra dos Reis e de Niterói. Todos possuindo tempo de operação com os PSV de 12 horas.

A Fase 2 do algoritmo obteve o valor de 1.214,57 na F.O., quando paralisada em 24 horas de processamento. A roteirização do Cenário 2 pode ser vista na Tabela 4.

Tabela 4: Roteirização para o Cenário 2.

PSV	UM	Instante início atend (h)	Data início atend	DMT solicitada	Vol. frac.?
A	SS-88	7,1	01/08	04/08	
A	NS-40	23,8	01/08	01/08	
A	NS-38	36	02/08	04/08	
A	NS-42	48	02/08	04/08	
A	SS-83	57,5	03/08	05/08	464
A	NS-07	82,2	04/08	06/08	
C	SS-83	26	02/08	05/08	36
C	SS-78	72	03/08	06/08	
C	Niterói	93,2	04/08		
C	NS-42	132	06/08	07/08	
E	P Ubu				
E	SS-77	84	04/08	05/08	
E	SS-86	120	05/08	07/08	
F	PAngra				
F	NS-42	36	02/08	05/08	
F	NS-39	60,8	03/08	04/08	
F	NS-48	96	04/08	05/08	
F	NS-40	108	05/08	07/08	
F	NS-43	132	06/08	06/08	
	<b>F.O.</b>	<b>1214,57</b>			

A Tabela 4 mostra que apenas 4 PSV foram utilizados para as programações: PSV A, C, E e F. Os três portos escalados para os problemas foram utilizados e a demanda das UM foi atendida integralmente, sem atrasos. O PSV A realizou 6 atendimentos: SS-88, NS-40, NS-38, NS-42, SS-83 e NS-07. O PSV C fez 2 atendimentos, atracou no porto de Niterói para receber produtos e realizou mais 1 atendimento no NS-42. O PSV E carregou produtos no porto de Ubu e depois fez 2 atendimentos: SS-77 e SS-86. O PSV F atracou no porto de Angra dos Reis e depois realizou 5 atendimentos. Apenas uma das demandas foi atendida de forma fracionada, a da SS-83, que solicitou 500 barris de olefina, e teve um primeiro atendimento feito pelo PSV C, com 36 barris no instante 26 e depois recebeu mais 464 barris do PSV A no instante 57,5.

## 5. Conclusão e trabalhos futuros

O objetivo da pesquisa de fazer a roteirização dos PSV para atendimento às demandas de produtos químicos das UMs foi alcançado. O Cenário 1 contou com 16 pontos cadastrados, sendo que 10 UMs tiveram um total de 5.700 pés cúbicos de granéis sólidos e 17.200 barris de fluidos entregues ou coletados. O Cenário 2 contou com 24 pontos cadastrados, sendo que 15 UMs tiveram um total de 5.900 pés cúbicos de granéis sólidos e 30.000 barris de fluidos entregues ou coletados.

Algumas restrições típicas de VRP foram utilizadas concomitantemente. São elas: frota heterogênea, múltiplos depósitos, múltiplos produtos, janela de tempo, atendimento fracionado e coleta ou entrega. Essas características, quando presentes em um mesmo problema, aumentam a complexidade, ao ponto de muitas vezes, se fizerem necessárias outras técnicas, além de programação inteira mista para solução do problema. Na literatura mundial, raramente encontram-se pesquisas de programação inteira mista com uma abordagem tão complexa quanto a que foi desenvolvida nesta pesquisa. As características inerentes ao estudo de caso conduziram a testes com uso de heurísticas. No entanto, a garantia de atendimento integral das demandas das UMs e a possibilidade de geração do resultado ótimo no uso de programação inteira mista justificou seu uso.

O processamento do problema em maiores instâncias aos simulados pode trazer resultados diferentes, haja vista que o maior cenário processado foi de 24 pontos. Sugere-se, então que outros cenários maiores sejam elaborados e testados.

### Referências bibliográficas

- [Aas08] Aas, B. *Upstream Logistics in Offshore Petroleum Production*. Molde University College. 133 ps. Thesis Doctor of Science Logistics, Noruega, 2008.
- [Aneichyk09] Aneichyk, T. *Simulation Model for Strategical Fleet Sizing and Operational Planning in Offshore Supply Vessels Operations*. Molde University College. 54 ps. Dissertations Master of Science, Noruega, 2009.
- [Bodin+83] Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A.; Ball, M. *Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of art*. Computers and Operations Research, 1983.
- [Caceres-Cruz14] Caceres-Cruz, J.; Arias, P.; Guimarans, D.; Riera, D.; Juan, A. *Rich Vehicles Routing Problem: survey*. ACM Computing Surveys, 2014.
- [Fagerholt+00] Fagerholt, K.; Christiansen, M. *A combined ship scheduling and allocation problem*. Journal of the Operational Research Society, 2000.
- [Goldbarg+05] Goldbarg, M. C.; Luna, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. Elsevier, 2005.
- [Golden+08] Golden, B. L., Raghavan, S., Wasil, E. A. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer Science+Business Media, 2008.
- [Hentzy12] Hentzy, F. C. *Um modelo matemático para a programação e roteamento de embarcações de apoio à exploração de petróleo offshore*. Universidade Federal Fluminense. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Produção, Brasil, 2012.
- [Laporte09] Laporte, G. *Fifty years of vehicle routing*. Transportation Science, 2009.
- [Mendes07] Mendes, A. B. *Programação de frota de apoio a operações "offshore" sujeita à requisição de múltiplas embarcações para uma mesma tarefa*. 224 ps. Tese de Doutorado Engenharia Naval e Oceânica, Brasil, 2007.
- [Penna12] Penna, P. H. V. *Um algoritmo unificado para uma classe de problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea*. Universidade Federal Fluminense, 149ps. Tese de Doutorado em Computação, Brasil, 2012.
- [Solomon+88] Solomon, M. M.; Desrosiers, J. *Survey Paper – Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems*. Institute for Operations Research and the Management Sciences, 1988.
- [Subramanian12] Subramanian, A. *Heuristic, Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing problems*. Universidade Federal Fluminense, Thesis Doctor, Brasil, 2012.